

ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ТОМСКА
МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ СРЕДНЯЯ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 28 Г. ТОМСКА

СОГЛАСОВАНО
педагогическим советом
Протокол № 12
от «30» августа 2023 г.

УТВЕРЖДЕНО
приказом директора
МАОУ СОШ № 28 г. Томска
№ 168 от «01» сентября 2023 г.
_____ Насонова Е.Ю.

Памятка для подготовке к экзамену
по математике ГВЭ.

(для обучающихся с ОВЗ)

Составитель:
Пангани Н. И.
учитель математики

2023

Пояснительная записка.

В настоящее время актуальной стала проблема подготовки обучающихся к форме аттестации – ОГЭ и ЕГЭ. Экзамен по математике в форме ОГЭ является обязательным для всех. С 2005-2006 учебного года государственная итоговая аттестация (ГИА) по математике за курс основной школы проводится в новой форме.

На сегодняшний день учащиеся наших школ сдают выпускные экзамены в соответствии с Порядком проведения ГИА для общеобразовательных учреждений, реализующих основные общеобразовательные программы. Учитывая особенности и проблемы наших обучающихся им предоставляется возможность выбора формы ГИА. Что же изменилось с введением новой формы сдачи ГИА? Конечно, сама организация ГИА, конечно же, увеличение объема изученного материала необходимого для сдачи выпускных экзаменов, включение задач практической направленности, геометрических задач, и ГЛАВНОЕ - заданий, требующих большого внимания к прочтению поставленного вопроса. Как же подготовить обучающегося, имеющего достаточно серьезные проблемы в развитии памяти и внимания, к успешной сдаче выпускных экзаменов?

Учитывая всевозможные трудности в обучении наших обучающихся, мы все понимаем, что подготовка к аттестации это работа не одного года. Начинать это делать можно и нужно с 5 класса, вводя задания нового типа постепенно и на каждом уроке. Конечно, успех в обучении любого предмета школьников с проблемами в развитии во многом зависит от правильной организованной коррекционной работы на уроке. Однако, на уроке мы не всегда можем включить материал, требующий большой подготовительной и кропотливой работы, в этом направлении большое значение приобретают ИГЗ, включенные в учебный план наших ОУ.

Предлагаемые материалы предназначены для использования при подготовке к ГИА по математике выпускников 9 класса с ОВЗ общеобразовательных учреждений. Материалы содержат Подборку карточек шаблонов (для обучающихся без ОВЗ и разных категорий обучающихся с ОВЗ), ориентируемых на помощь в подготовке к выпускному экзамену (ГВЭ)

Памятка для подготовке к экзамену.

Числа и вычисления

Обыкновенные дроби:

Сложение и вычитание - одинаковые знаменатели (перенос единицы)

$$1) \frac{2}{13} + \frac{8}{13} = \frac{10}{13}$$

$$4) \frac{5}{11} - \frac{4}{11} = \frac{1}{11}$$

$$2) 2\frac{3}{10} + 5 = 7\frac{3}{10}$$

$$5) 5 - 1\frac{8}{13} = 4\frac{13}{13} - 1\frac{8}{13} = 3\frac{5}{13}$$

$$3) 3\frac{5}{9} + 2\frac{7}{9} = 5\frac{12}{9} = 6\frac{3}{9} = 6\frac{1}{3}$$

$$6) 3\frac{2}{9} - 1\frac{5}{9} = 2\frac{11}{9} - 1\frac{5}{9} = 1\frac{6}{9} = 1\frac{2}{3}$$

Сложение и вычитание - разные знаменатели
(привести к общему знаменателю, перенос единицы)

$$7) 7\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = 7\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = 7\frac{10}{15} + \frac{12}{15} = 7\frac{22}{15} = 8\frac{7}{15}$$

$$8) 6\frac{7}{24} + 2\frac{5}{16} = 6\frac{7 \cdot 2}{24 \cdot 2} + 2\frac{5 \cdot 3}{16 \cdot 3} = 6\frac{14}{48} + 2\frac{15}{48} = 8\frac{29}{48}$$

$$9) \frac{7}{8} - \frac{5}{16} = \frac{7 \cdot 2}{8 \cdot 2} - \frac{5}{16} = \frac{14}{16} - \frac{5}{16} = \frac{9}{16}$$

$$10) 6\frac{7}{12} - 2\frac{5}{8} = 6\frac{7 \cdot 2}{12 \cdot 2} - 2\frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = 6\frac{14}{24} - 2\frac{15}{24} = 5\frac{38}{24} - 2\frac{15}{24} = 3\frac{23}{24}$$

Умножение

(перевести дроби в неправильные, записать под общую черту и сократить)

$$11) \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5 \cdot 4}{8 \cdot 7} = \frac{5}{14}$$

$$13) 6\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{9} = \frac{27}{4} \cdot \frac{10}{9} = \frac{27 \cdot 10}{4 \cdot 9} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$$

$$12) 4\frac{1}{5} \cdot 15 = \frac{21}{5} \cdot \frac{15}{1} = \frac{21 \cdot 15}{5 \cdot 1} = \frac{63}{1} = 63$$

Деление (перевести дроби в неправильные, записать под одну черту
[перевернув вторую дробь] и сократить)

$$14) \frac{3}{4} : \frac{21}{40} = \frac{3}{4} \cdot \frac{40}{21} = \frac{3 \cdot 40}{4 \cdot 21} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$$

$$16) 2\frac{7}{16} : 3\frac{1}{4} = \frac{39}{16} : \frac{13}{4} = \frac{39}{16} \cdot \frac{4}{13} = \frac{39 \cdot 4}{16 \cdot 13} = \frac{3}{4}$$

$$15) 3\frac{3}{5} : 4 = \frac{18}{5} : \frac{4}{1} = \frac{18}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{18 \cdot 1}{5 \cdot 4} = \frac{9}{10}$$

**Степень
числа:**

$$a^2 = a \cdot a$$

$$a^3 = a \cdot a \cdot a$$

$$a^0 = 1$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$(-10)^2 = (-10) \cdot (-10) = 100$$

$$(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$$

$$2^4 \cdot 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$$

$$(10^{-2})^{-3} = 10^6$$

$$(3x)^3 = 3^3 \cdot x^3 = 27x^3$$

$$(10)^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0,001$$

Десятичные дроби:

Сложение и вычитание (к общему знаменателю, запятая под запятой)

$$1) \quad 63,7 + 2,031 = 65,731 \quad \begin{array}{r} + 63,700 \\ 2,031 \\ \hline 65,731 \end{array}$$

$$3) \quad 9 - 3,16 = 5,84 \quad \begin{array}{r} - 9,00 \\ 3,16 \\ \hline 5,84 \end{array}$$

$$2) \quad 6,78 + 12 = 18,78 \quad \begin{array}{r} + 6,78 \\ 12,00 \\ \hline 18,78 \end{array}$$

$$4) \quad 7,8 - 3,102 = 4,698 \quad \begin{array}{r} - 7,800 \\ 3,102 \\ \hline 4,698 \end{array}$$

Умножение (сколько знаков после запятой в обоих множителях)

$$5) \quad 0,51 \cdot 0,9 = 0,459 \quad \begin{array}{r} 0,51 \\ \times 0,9 \\ \hline 0,459 \end{array}$$

$$6) \quad 170 \cdot 0,04 = 6,8 \quad \begin{array}{r} 170 \\ \times 0,04 \\ \hline 6,80 \end{array}$$

Деление на число (десятые «управляют» запятой)

$$7) \quad 0,1349 : 19 = 0,0071 \quad \begin{array}{r} 0,1349 \quad | \quad 19 \\ - 133 \quad | \quad 0,0071 \\ \hline - 19 \\ - 19 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$8) \quad 3 : 4 = 0,75 \quad \begin{array}{r} 3,0 \quad | \quad 4 \\ - 28 \quad | \quad 0,75 \\ \hline - 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

Деление на десятичное число (делитель – натуральное число)

$$9) \quad 75,3 : 1,5 = 753 : 15 = 50,2 \quad \begin{array}{r} 753,0 \quad | \quad 15 \\ - 75 \quad | \quad 50,2 \\ \hline - 030 \\ - 30 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$10) \quad 10 : 0,125 = 10000 : 125 = 80 \quad \begin{array}{r} 10000 \quad | \quad 125 \\ - 1000 \quad | \quad 80 \\ \hline 0 \end{array}$$

Умножение и деление (перенос запятой: увеличение $\Rightarrow$, уменьшение $\Leftarrow$)

11) $0,9 \cdot 1000 = 900$ $0,9 \cdot \underline{100} = \underline{90},0 = 90$ (больше)

12) $15 \cdot 0,01 = 0,15$ $\underline{15} \cdot 0,01 = 0,\underline{15}$ (меньше)

13) $19,6 : 100 = 0,196$ $\underline{19},6 : 100 = 0,\underline{196}$ (меньше)

14) $17,2 : 0,1 = 172 : 1 = 172$ $17,\underline{2} : 0,1 = 17\underline{2},0 = 172$ (больше)

Рациональные числа:

Сложение и вычитание

1) одинаковые знаки [складываем модули, знак сохраняем]
 $5+3=8$ $-6-4=(-6)+(-4)=-10$

2) разные знаки [вычитаем модули, знак – большего по модулю числа]
 $-2+8=(-2)+8=+6=6$ $9+(-11)=-2$
 $-12+3=(-12)+3=-9$ $7+(-3)=+4=4$

3) $a+(-b)=a-b$ $-20-(-6)-8+(-12)=-20+6-8-12=$
 $a-(-b)=a+b$ $=(-20)+6+(-8)+(-12)=-34$

Умножение

1) одинаковые знаки [умножаем модули] $5 \cdot 3=15$ $-6 \cdot (-4)=6 \cdot 4=24$

2) разные знаки [умножаем модули, сохраняем знак «-»]
 $-2 \cdot 8=-(2 \cdot 8)=-16$ $9 \cdot (-11)=-(9 \cdot 11)=-99$

Уравнения

ТЕОРИЯ

Уравнения

Уравнение – равенство, содержащее неизвестное число, обозначенное буквой, значение которого надо найти.

Корень уравнения – значение неизвестного, при подстановке которого уравнение обращается в верное числовое равенство.

Решить уравнение – найти все его корни или установить, что их нет.

Линейные уравнения

Общий вид:

$$ax=b$$

Решение:

А) если $a \neq 0$, то $x=b:a=\frac{b}{a}$;

Б) если $a=b=0$, то x – любое число;

В) если $a \neq 0, b=0$, то нет корней.

Пример 1. Найдите корень уравнения:

а) $10x = -80$,

$$10x = -80$$

$$x = -80 : 10$$

$$x = -8$$

б) $7x = 0$,

$$7x = 0$$

$$x = 0 : 7$$

$$x = 0$$

в) $40x = 3$.

$$40x = 3$$

$$x = 3 : 40$$

$$x = \frac{3}{40}$$

Уравнения, сводящиеся к линейным

Теорема 1. Если к обеим частям данного уравнения прибавить (или из обеих частей вычесть) одно и то же число, то получится уравнение, имеющее те же корни, что и данное.

Следствие. Если какое-нибудь слагаемое перенести из одной части уравнения в другую, изменив при этом его знак на противоположный, то получим уравнение, имеющее те же корни, что и данное.

Теорема 2. Если обе части уравнения умножить (или разделить) на одно и то же отличное от нуля число, то получим уравнение, имеющее те же корни, что и данное.

Пример 2. Найдите корень уравнения $12 - 3x = -4x + 7$.

$$12 - 3x = -4x + 7$$

$$-3x + 4x = 7 - 12$$

$$x = -5$$

Ответ: -5

Пример 3. Найдите корень уравнения $3(x-8)=-6+x$.

$$3(x-8)=-6+x$$

$$3x-24=-6+x$$

$$3x-x=-6+24$$

$$2x=18 \quad |:2$$

$$x=9$$

Ответ: 9

Пример 4. Найдите корень уравнения $x-\frac{x}{14}=\frac{13}{7}$.

$$\frac{x^{(14)}}{1}-\frac{x^{(1)}}{14}=\frac{13^{(2)}}{7}$$

$$\frac{14x}{14}-\frac{x}{14}=\frac{26}{14} \quad |\cdot 14$$

$$14x-x=26$$

$$13x=26 \quad |:13$$

$$x=2$$

Ответ: 2

Правило пропорции:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d=b \cdot c$$

В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних.

Квадрат суммы/разности:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(x-3)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$$

или

$$(x-3)^2 = (x-3)(x-3) = x^2 - \underline{3x} - \underline{3x} + 9 = \\ = x^2 - 6x + 9$$

ККЗ: «Решение неполных квадратных уравнений».

Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ хотя бы один из коэффициентов b или c равен нулю, то такое уравнение называют **неполным квадратным уравнением**.

Неполные квадратные уравнения бывают трёх видов:

- 1) $ax^2 + c = 0$, где $c \neq 0$;
- 2) $ax^2 + bx = 0$, где $b \neq 0$;
- 3) $ax^2 = 0$

<i>Алгоритм решения</i>	<i>Образец</i>
1) Решить уравнение $3x^2 - 27 = 0$ Перенести коэффициент c в правую часть уравнения, поменяв знак на противоположный; разделить обе части получившегося уравнения на a .	$3x^2 - 27 = 0$ $3x^2 = 27$ $x^2 = 9$ $x = \pm\sqrt{9}$ $x_1 = -3; x_2 = 3$ Ответ: -3; 3
2) Решить уравнение $3x^2 + 7x = 0$ Вынести x за скобки. Произведение равно нулю, если один из множителей равен нулю. Решить уравнение $x(3x + 7) = 0$	$3x^2 + 7x = 0$ $x(3x + 7) = 0$ <u>$x = 0$</u> , или $3x + 7 = 0$ $3x = -7$ $x = -\frac{7}{3}$ Ответ: 0; $-\frac{7}{3}$
3) Решить уравнение $16x^2 = 0$ Неполное квадратное уравнение вида $ax^2 = 0$ равносильно уравнению $x^2 = 0$ и поэтому имеет единственный корень 0.	$16x^2 = 0$ $x^2 = 0$ $x = 0$ Ответ: 0

Квадратные уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$D < 0$ – нет корней

$D = 0$ – один корень

$D > 0$ – два корня

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$a=2 \quad D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49 = 7^2$$

$$b=3 \quad x_1 = \frac{-3 + 7}{2 \cdot 2} = \frac{4}{4} = 1$$

$$c=-5 \quad x_2 = \frac{-3 - 7}{2 \cdot 2} = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2}$$

Ответ: $-\frac{5}{2}; 1$.

Пример 14. Решите уравнение $4x^2 - 14x - 18 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

$$4x^2 - 14x - 18 = 0 \quad |:2$$

$$2x^2 - 7x - 9 = 0$$

$$a=2 \quad b=-7 \quad c=-9$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-9) = 49 + 72 = 121 > 0$$

$$x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{121}}{2 \cdot 2} = \frac{7 + 11}{4} = 4,5$$

$$x_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{121}}{2 \cdot 2} = \frac{7 - 11}{4} = -1 \text{ (меньш.)}$$

Ответ: -1

Пример 15. Решите уравнение $5x^2 + 12x + 4 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

$$5x^2 + 12x + 4 = 0$$

$$a=5 \quad b=12 \quad c=4$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 12^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4 = 144 - 80 = 64 > 0$$

$$x_1 = \frac{-12 + \sqrt{64}}{2 \cdot 5} = \frac{-12 + 8}{10} = -0,4 \text{ (больш.)}$$

$$x_2 = \frac{-12 - \sqrt{64}}{2 \cdot 5} = \frac{-12 - 8}{10} = -2$$

Ответ: $-0,4$

Теория вероятностей

Вероятность – доля успеха того или иного события.

Классическое определение вероятности:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество благоприятных исходов}}{\text{количество всех возможных исходов}}$$

Пример 1. На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 9 с капустой, 7 с рисом и 4 с мясом. Антон наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с капустой.

Событие A – пирожок оказался с капустой

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{кол-во пирожков с капустой (условие)}}{\text{кол-во всех пирожков}} = \frac{9}{9+7+4} = \frac{9}{20} = \frac{45}{100} = 0,45$$

Ответ: 0,45.

Пример 2. В фирме такси в данный момент свободно 16 машин: 2 чёрные, 8 жёлтых и 6 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

Событие A – приедет жёлтое такси

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество желтых машин (условие)}}{\text{количество всех машин}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5$$

Ответ: 0,5.

Пример 3. На экзамене 40 билетов, Гриша **не** выучил 10 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Событие A – попадётся выученный билет

I способ:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество выученных (условие) билетов}}{\text{количество всех билетов}} = \frac{40-10}{40} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} = 0,75$$

II способ:

Сумма противоположных событий: $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

Событие $\bar{A}$ – попадётся невыученный билет

$$P(\bar{A}) = \frac{m}{n} = \frac{\text{количество невыученных билетов}}{\text{количество всех билетов}} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0,25$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,25 = 0,75$$

Ответ: 0,75.

Линейная функция

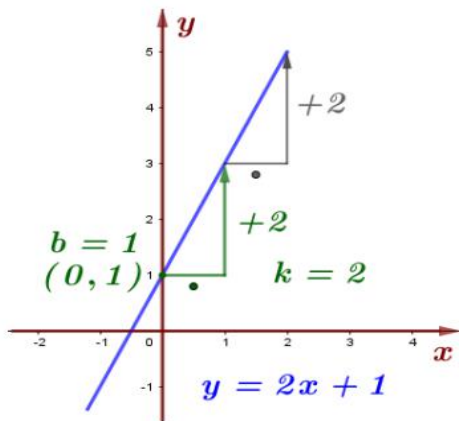


График: прямая линия

Общий вид: $y = kx + b$

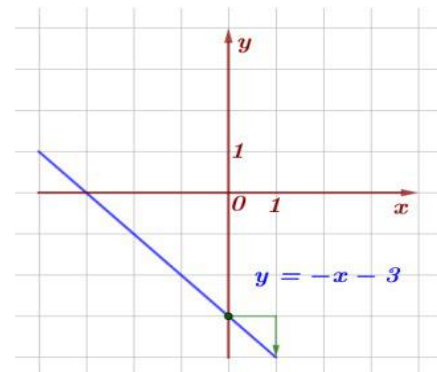
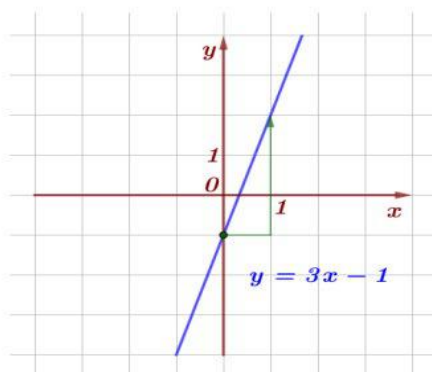
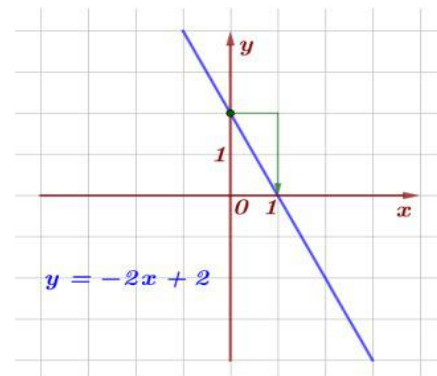
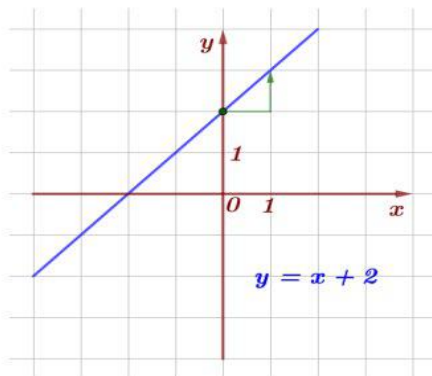
k – коэффициент возрастания/убывания
 $k > 0 \rightarrow$ возрастает $\nearrow$ $k < 0 \rightarrow$ убывает $\searrow$

b – начальная ордината $b = y(0)$

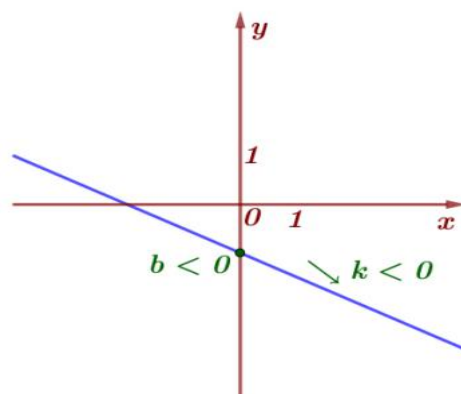
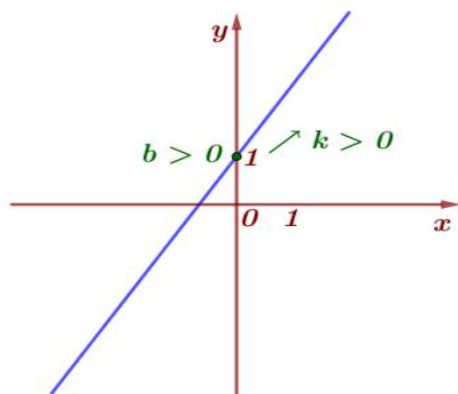
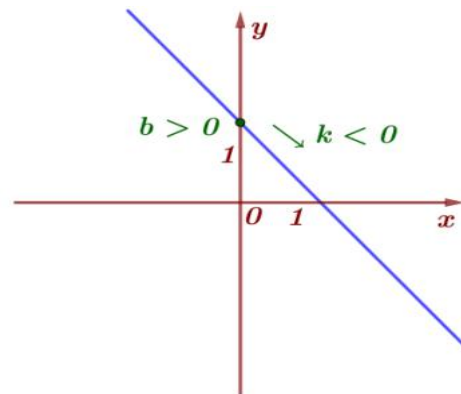
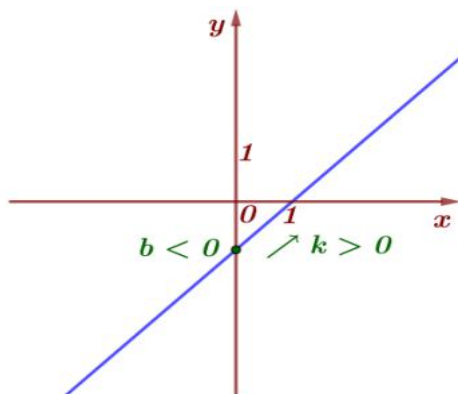
$(0, b)$ – точка пересечения с осью Oy

Примеры: $y = 4x + 3$, $y = \frac{2}{5}x - 1$, $y = -6x$

Примеры графиков:



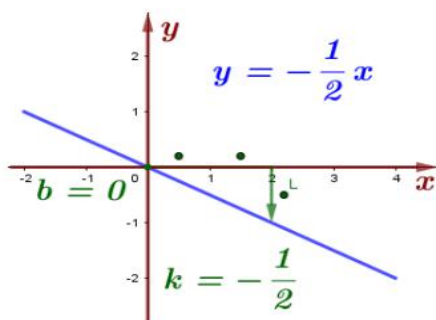
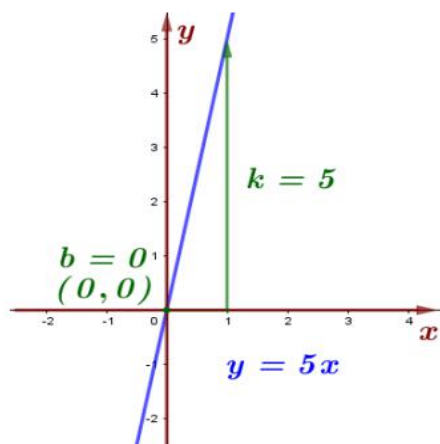
Примеры графиков:



Особые случаи:

Прямая пропорциональность

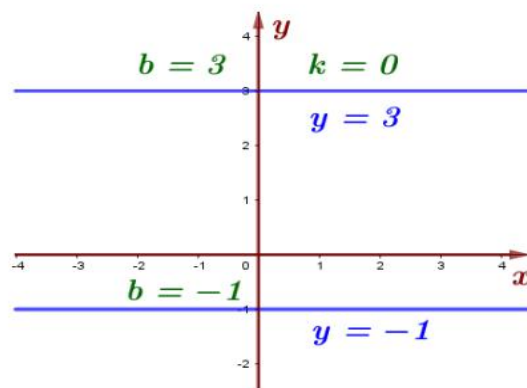
$$y = kx \quad (b=0)$$



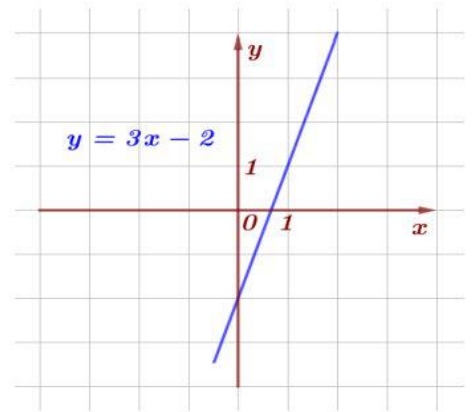
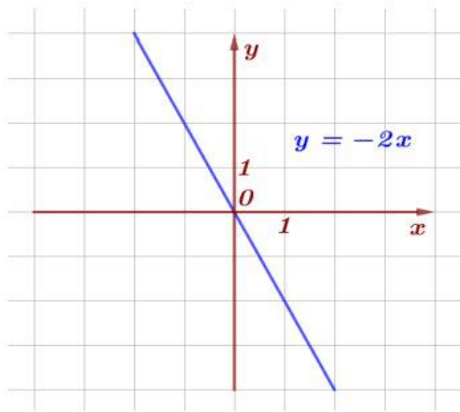
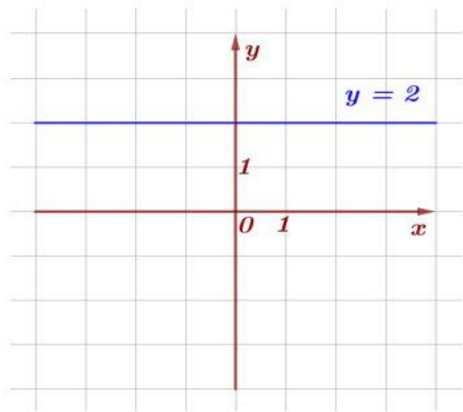
Постоянная функция

$$y = b \quad (k=0)$$

параллельна оси Ox



Примеры графиков:

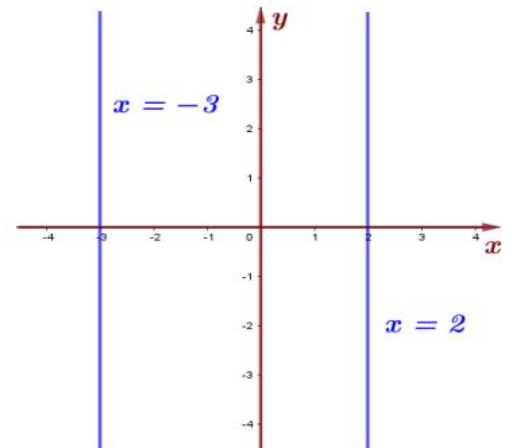


Интересно! График линейной функции

$y = kx + b$ – это прямая линия.

График уравнения $x = a$ тоже прямая линия, хотя это не функция.

График уравнения $x = a$ параллелен оси Oy .



Квадратичная функция

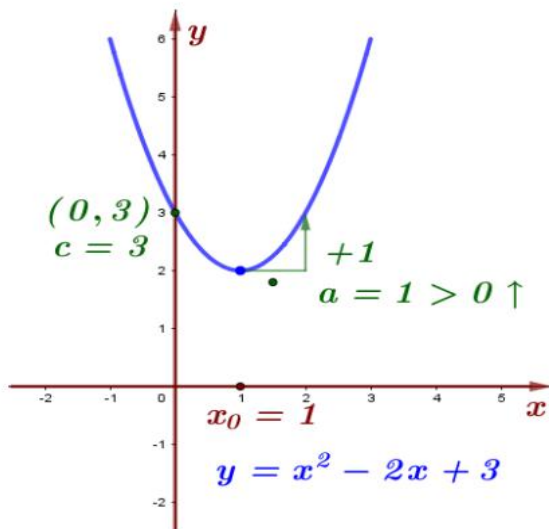


График: парабола

Общий вид: $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$

$a > 0 \rightarrow$ ветви направлены вверх $\cup$

$a < 0 \rightarrow$ ветви направлены вниз $\cap$

абсцисса вершины: $x_0 = -\frac{b}{2a}$

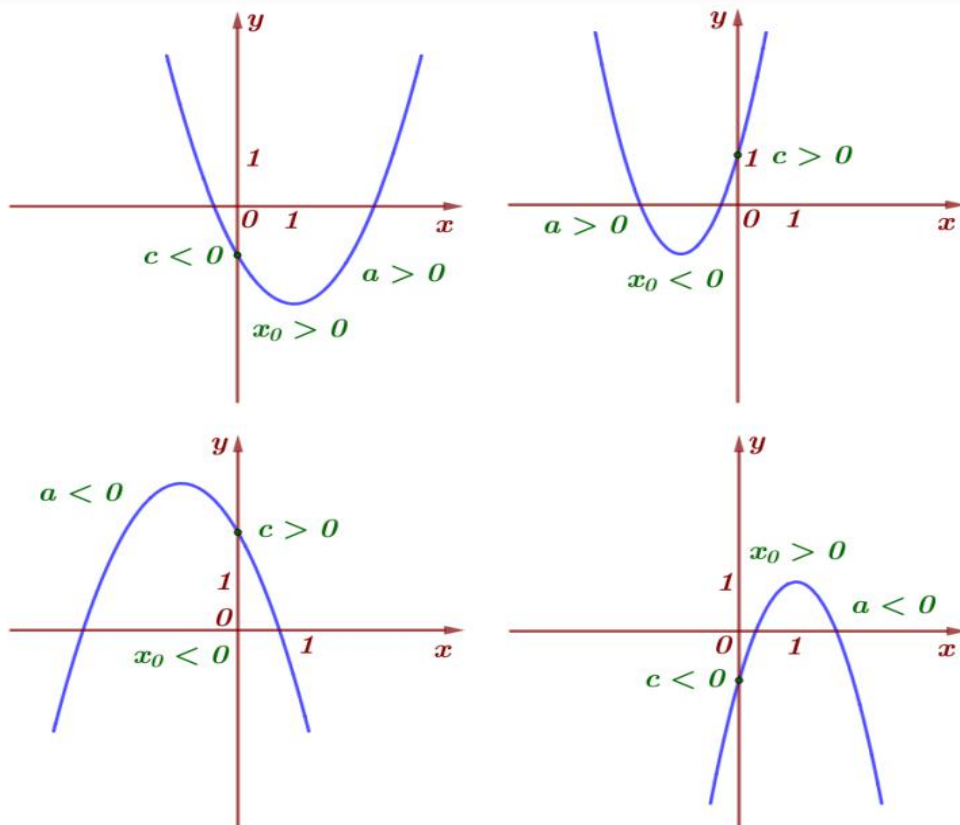
$c = y(0)$, $(0, c)$ – точка пересечения с осью Oy

Примеры:

$$y = x^2 - 8x + 3 \quad a = 1, b = -8, c = 3$$

$$y = -3x^2 - 12x + 4 \quad a = -3, b = -12, c = 4$$

Примеры графиков:



Обратная пропорциональность

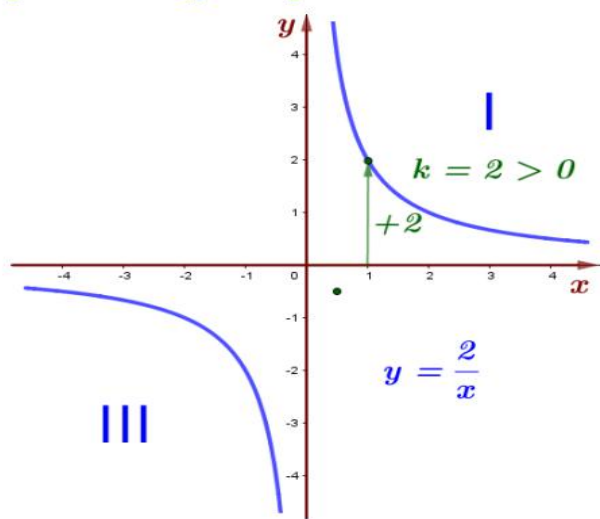


График: гипербола

Общий вид: $y = \frac{k}{x}$, $k \neq 0$

$k > 0 \rightarrow$ ветви в I и III четверти

$k < 0 \rightarrow$ ветви в II и IV четверти

Примеры:

$$y = \frac{5}{x} \quad k = 5$$

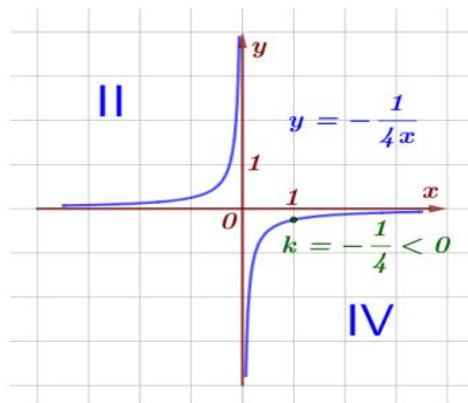
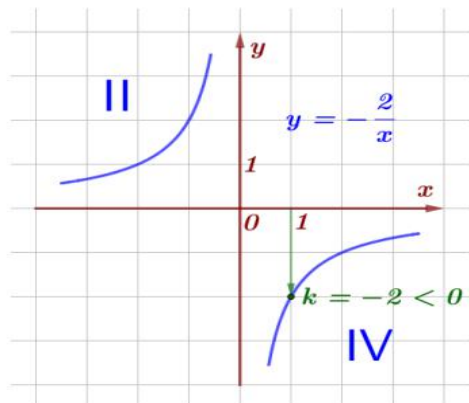
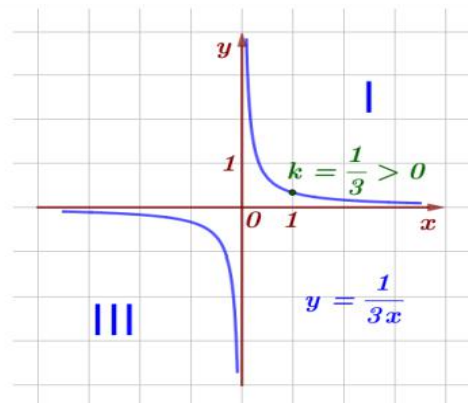
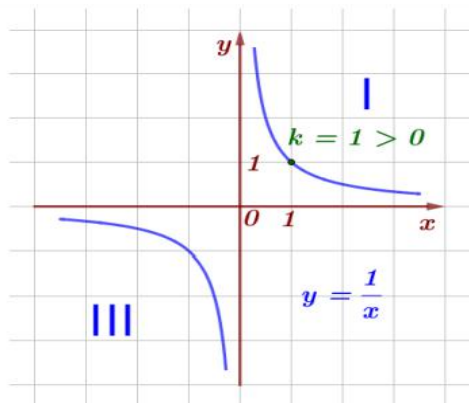
$$y = \frac{1}{4x} \quad k = \frac{1}{4}$$

$$y = -\frac{7}{x} \quad k = -7$$

$$y = -\frac{1}{6x} \quad k = -\frac{1}{6}$$

Примеры графиков:

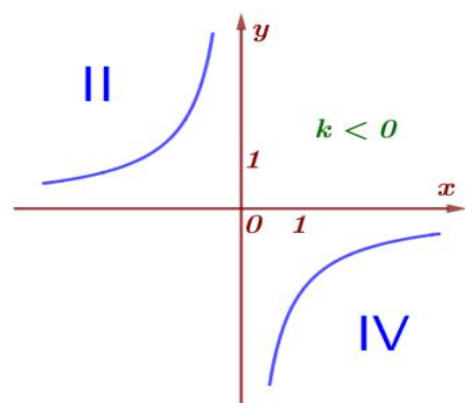
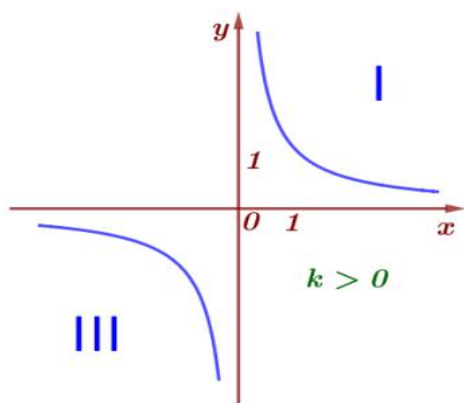
Чем больше модуль k ,
тем график дальше
от осей



Обратная пропорциональность

Гипербола

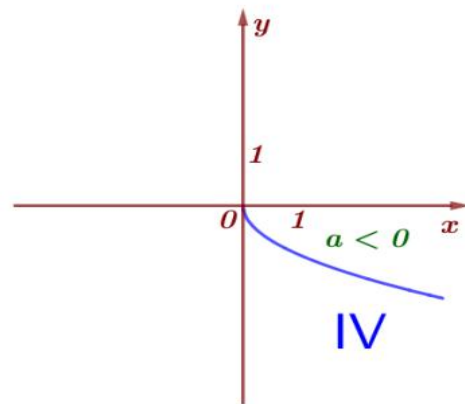
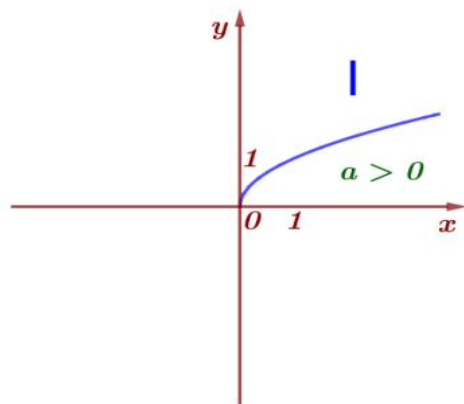
$$y = \frac{k}{x}, \quad k \neq 0$$



Функция квадратного корня

Ветвь параболы, сим-
метричной относи-
тельно оси Ox

$$y = a\sqrt{x}, \quad a \neq 0$$



ТЕОРИЯ

Числовые неравенства

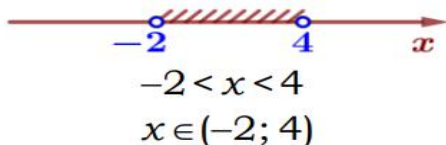
Вся числовая ось



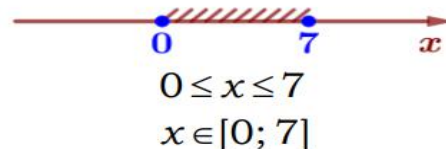
$$x \in \mathbb{R}$$

$$x \in (-\infty; +\infty)$$

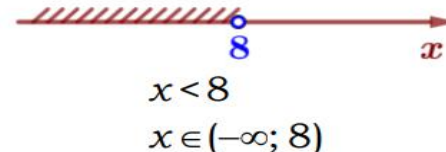
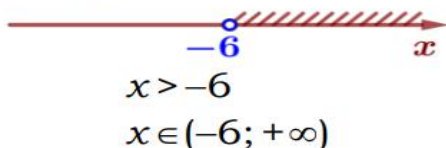
Интервал



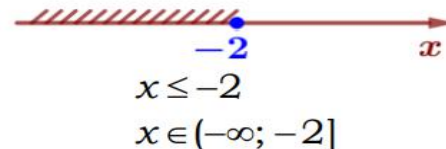
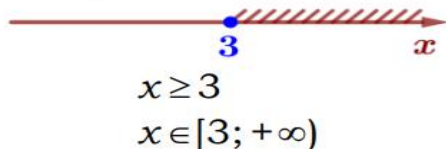
Отрезок



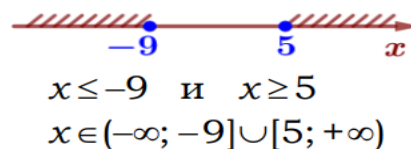
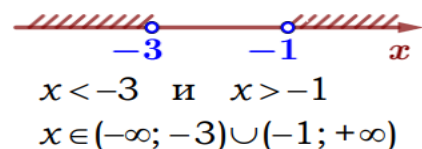
Открытый луч



Закрытый луч



Объединение лучей



Решением неравенства с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором это неравенство обращается в верное числовое неравенство.

Решить неравенство – найти все его решения или установить, что их нет.

Свойства неравенств

1. Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком, при этом знак неравенства не меняется.
2. Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю. Если число положительно, то знак неравенства не меняется, если отрицательно – знак неравенства меняется на противоположный.

Линейные неравенства

Общий вид:

$$ax > b \quad ax \geq b$$

$$ax < b \quad ax \leq b$$

Алгоритм решения неравенств, сводящихся к линейным:

- 1) перенести члены, содержащие неизвестное, в левую часть, а члены, не содержащие неизвестное, в правую (свойство 1);
- 2) приведя подобные члены, разделить обе части неравенства на коэффициент при неизвестном, если он не равен нулю (свойство 2).

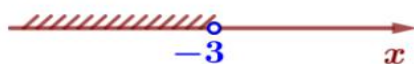
Пример 1. Решите неравенство:

а) $6x - 7 > 10x + 5$

$$6x - 10x > 5 + 7$$

$$-4x > 12 \quad | :(-4) \quad -4 < 0$$

$$x < -3$$



$$x \in (-\infty; -3)$$

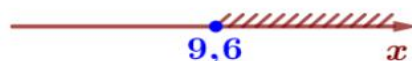
б) $17x - 4(3x - 8) \geq 80$

$$17x - 12x + 32 \geq 80$$

$$5x \geq 80 - 32$$

$$5x \geq 48 \quad | :5$$

$$x \geq 9,6$$



$$x \in [9,6; +\infty)$$

Решением системы неравенств с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором все неравенства системы обращаются в верные числовые неравенства.

Решить систему неравенств – найти все решения этой системы или установить, что их нет.

Системы двух линейных неравенств

Алгоритм:

- 1) решить оба неравенства;
- 2) изобразить на числовой оси множество решений первого и второго неравенств системы;
- 3) определить значения неизвестного, которые одновременно принадлежат обоим интервалам.

Пример 2. Решите систему неравенств:

а)
$$\begin{cases} x - 2,1 \leq 0 \\ -2x + 2 \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 2,1 \\ -2x \leq 1 \quad | :(-2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 2,1 \\ -2x \leq 3 - 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 2,1 \\ x \geq -0,5 \end{cases}$$



$$x \in [-0,5; 2,1]$$

б)
$$\begin{cases} -72 + 8x < 0 \\ 5 - 6x > -13 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 9 \\ -6x > -18 \quad | :(-6) \end{cases}$$

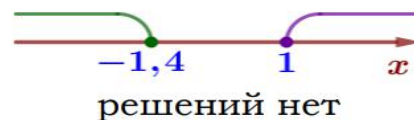
$$\begin{cases} 8x < 72 \quad | :8 \\ -6x > -13 - 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 9 \\ x < 3 \end{cases}$$



$$x \in (-\infty; 3)$$

Пример 3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x-3 \geq -2 \\ x+1,4 \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -2+3 \\ x \leq -1,4 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1,4 \end{cases}$$



Квадратные неравенства:

Общий вид:

$$ax^2 + bx + c \vee 0, \quad a \neq 0$$

$\vee$ – знак неравенства

($\leq$, $\geq$, $<$, $>$)

Способы решения:

- 1) сведение к системе линейных неравенств;
- 2) с помощью графика квадратичной функции;
- 3) метод интервалов.

Сведение к системе линейных неравенств (1 способ)

Алгоритм:

- 1) разложить квадратный многочлен на множители $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$;
- 2) составить и решить две системы;

$$a \cdot b > 0 \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$$

$$a \cdot b < 0 \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$$

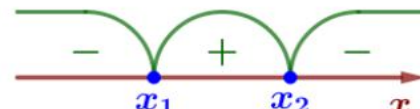
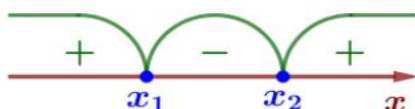
- 3) объединить решения обеих систем.

Метод интервалов (3 способ)

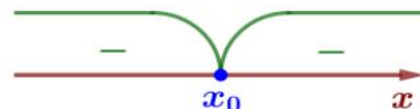
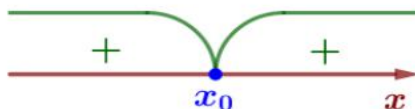
Алгоритм:

- 1) найти нули функции $y = ax^2 + bx + c$, решив квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$;
- 2) отметить положение нулей на оси Ox ;
- 3) определить знаки функции в промежутках между нулями;
 - А. вычислить значение функции в точке $x=0$ (или, например, $x=1$), отметить знак в соответствующем промежутке,
 - В. определить знаки в остальных промежутках по правилу:

$D > 0$ (2 корня)
знаки чередуются



$D = 0$ (1 корень)
знаки совпадают



$D < 0$ (нет корней)
функция сохраняет знак
на всей числовой оси



- 4) выбрать промежутки, на которых функция принимает нужные значения.

Пример 9. Решите неравенство $4x^2 \geq 9$.

$$4x^2 \geq 9$$

$$4x^2 - 9 \geq 0$$

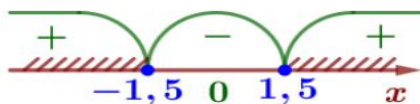
$$4x^2 - 9 = 0$$

$$(2x-3)(2x+3) = 0$$

$$2x-3=0 \quad 2x+3=0$$

$$2x=3 \quad 2x=-3$$

$$x=1,5 \quad x=-1,5$$



при $x=0$

$$4x^2 - 9 = 4 \cdot 0^2 - 9 = -9 < 0 \Rightarrow$$

на интервале $(-1,5; 1,5)$
знак "-"

Ответ: $x \in (-\infty; -1,5] \cup [1,5; +\infty)$

Пример 10. Решите неравенство $x^2 - 2x + 15 < 0$.

$$x^2 - 2x + 15 < 0$$

$$x^2 - 2x + 15 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = -56 < 0$$

корней нет

при $x=0$ $x^2 - 2x + 15 = 0^2 - 2 \cdot 0 + 15 = 15 > 0$

на всей числовой оси знак "+"



Ответ: неравенство не имеет решений

Пример 11. Решите неравенство $x^2 + 12 > 0$.

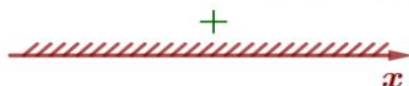
$$x^2 + 12 = 0$$

$$x^2 = -12$$

корней нет

при $x=0$ $x^2 + 12 = 0^2 + 12 = 12 > 0$

на всей числовой оси знак "+"



Ответ: $x \in \mathbb{R}$, то есть x – любое число

Вычисление значений выражений, содержащих квадратный корень

Теория	Практика
Арифметический квадратный корень Определение: $\sqrt{a} = b$, где $a \geq 0$, $b \geq 0$, $b^2 = a$ Свойства: 1. $(\sqrt{a})^2 = a$, если $a \geq 0$ 2. $\sqrt{a^2} = a = \begin{cases} a, \text{ если } a \geq 0 \\ -a, \text{ если } a < 0 \end{cases}$ 3. $\sqrt{a^{2n}} = a^n $, если $a \in \mathbb{R}$ 4. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, если $a \geq 0$, $b \geq 0$ 5. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, если $a \geq 0$, $b \geq 0$ Предостережение. При возведении в квадрат произведения возводите в степень все множители. Сокращение дроби выполняйте	1. $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{20}} = \sqrt{3}$. <u>Ответ:</u> $\sqrt{3}$. 2. Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{5})^2}{15}$ <u>Решение.</u> $\frac{(3\sqrt{5})^2}{15} = \frac{3^2 \cdot (\sqrt{5})^2}{15} = \frac{9 \cdot 5}{15} = 3$. <u>Ответ:</u> 3. 3. При $a = 0,4$; $b = 0,2$: $\sqrt{a-b^2} = \sqrt{0,4 - (0,2)^2} = \sqrt{0,4 - 0,04} = \sqrt{0,36} = 0,6$. <u>Ответ:</u> 0,6. 4. $2\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 6} = 10 \cdot \sqrt{36} = 10 \cdot 6 = 60$. <u>Ответ:</u> 60. 5. $\frac{(\sqrt{3})^4}{18} = \frac{3^2}{18} = \frac{1}{2}$. <u>Ответ:</u> $\frac{1}{2}$. 6. При $a = \sqrt{8}$: $\frac{1}{4} \cdot a^4 = \frac{1}{4} (\sqrt{8})^4 = \frac{1}{4} \cdot 8^2 = \frac{64}{4} = 16$. <u>Ответ:</u> 16. 7. $\sqrt{3^6 \cdot 2^4 \cdot 5^2} = \sqrt{3^6} \cdot \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{5^2} = (\sqrt{3^3})^2 \cdot (\sqrt{2^2})^2 \cdot \sqrt{5^2} = 3^3 \cdot 2^2 \cdot 5 = 27 \cdot 4 \cdot 5 = 540$. <u>Ответ:</u> 540. 8. Найдите $\frac{2\sqrt{2+x}}{15}$ при $x = -1,19$. <u>Решение.</u> $\frac{2\sqrt{2+x}}{15} = \frac{2\sqrt{2-1,19}}{15} = \frac{2\sqrt{0,81}}{15} = \frac{2 \cdot 0,9}{15} = \frac{3}{25}$. <u>Ответ:</u> $\frac{3}{25} = 0,12$

аккуратно.

Совет. Запишите «квадрат» (и даже куб) умножением двух (трех) скобок, не возводя в степень. Ответ будет без корня. Обязательно сократите дробь.

9. Найдите значение выражения: $\frac{(5\sqrt{3})^2}{15}$.

Решение: $\frac{(5\sqrt{3})^2}{15} = \frac{25 \cdot 3}{3 \cdot 5} = 5$. Ответ: 5.

Преобразование рациональных выражений

Действия с алгебраическими дробями

Теория	Практика
1. $\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}$	$\frac{x}{y+1} + \frac{2}{y+1} = \frac{x+2}{y+1}$
2. $\frac{a}{m} \pm \frac{b}{m} = \frac{a \pm b}{m}$	$\frac{3}{1-x^3} - \frac{x}{1-x^3} = \frac{3-x}{1-x^3}$
3. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{x}{4} \cdot \frac{8}{(x-1)} = \frac{8x}{4 \cdot (x-1)} = \frac{2x}{x-1}$
4. $\frac{a}{m} + \frac{b}{n} = \frac{a \cdot n + b \cdot m}{m \cdot n}$	$\frac{3a}{b} + \frac{7n^2}{a} = \frac{3a^2 + 7bn^2}{ab}$
$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	$\frac{a^2 - 4}{2a} : \frac{3a + 6}{4a^2} = \frac{(a-2)(a+2) \cdot 4a^2}{3(a+2) \cdot 2a} = \frac{(a-2) \cdot 2a}{3}$
Основное свойство дроби: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m}, b \neq 0, m \neq 0$	Сократите $\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{x(x+y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x}{x-y}$, при $x+y \neq 0$

Углы



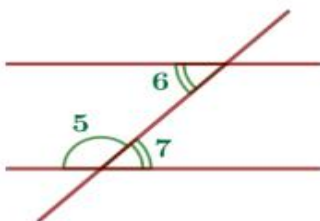
Сумма смежных углов равна 180° :

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ.$$



Вертикальные углы равны:

$$\angle 3 = \angle 4.$$



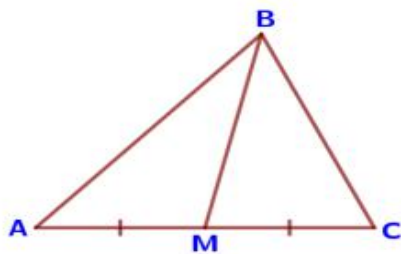
Если две параллельные прямые пересечены секущей, то:

а) сумма односторонних углов равна 180° :

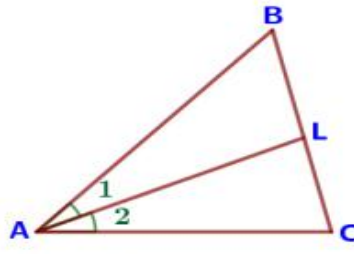
$$\angle 5 + \angle 6 = 180^\circ;$$

б) накрест лежащие углы равны: $\angle 6 = \angle 7$.

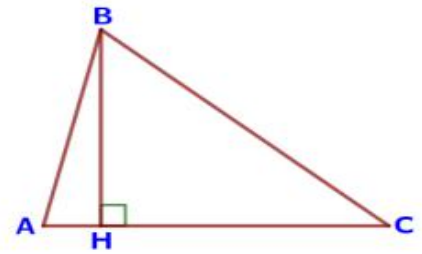
Треугольник произвольный



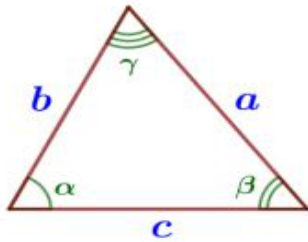
BM – медиана
 $AM = MC$



AL – биссектриса
 $\angle 1 = \angle 2$



BH – высота
 $BH \perp AC$

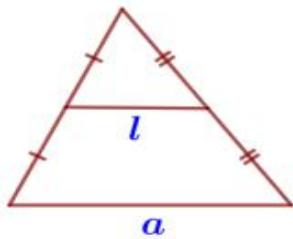


Сумма углов треугольника равна 180° :

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Периметр – сумма длин всех сторон:

$$P = a + b + c.$$

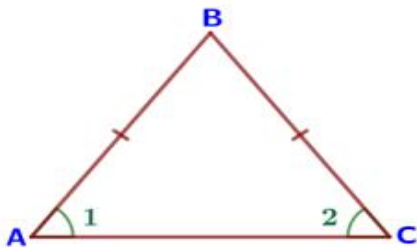


Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны:

$$l \parallel a, \quad l = \frac{1}{2}a = \frac{a}{2}.$$

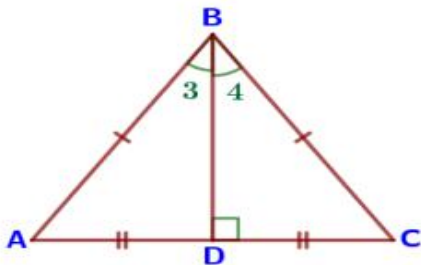
Три средние линии делят треугольник на четыре равных треугольника, подобных данному.

Треугольник равнобедренный



В равнобедренном треугольнике углы при основании равны:

$$\angle 1 = \angle 2.$$



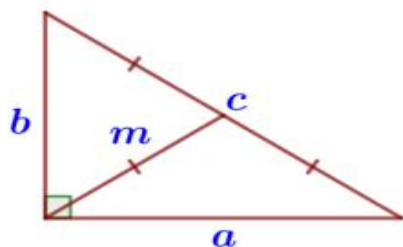
В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой:

BD – биссектриса ($\angle 3 = \angle 4$),

BD – медиана ($AD = CD$),

BD – высота ($BD \perp AC$).

Треугольник прямоугольный



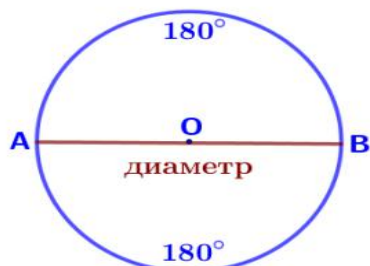
Теорема Пифагора: в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Медиана, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы:

$$m = \frac{c}{2}.$$

Окружность



АО, ВО – радиусы $AO = BO$

AB – диаметр $D = 2R$

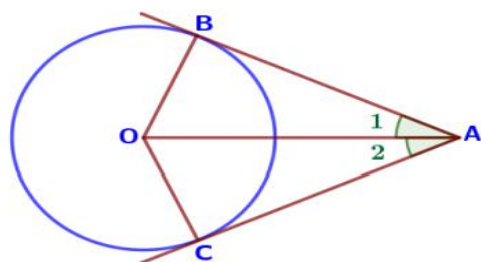
Сумма градусных мер двух дуг окружности с общими концами равна 360° .

Диаметр делит окружность на две полуокружности.

$$\cup AB = 180^\circ$$

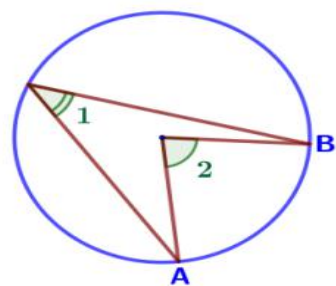


Касательная к окружности **перпендикулярна** к радиусу, проведенному в точку касания.



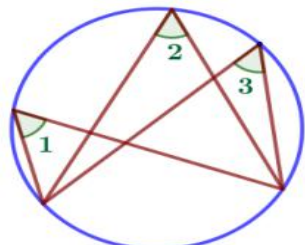
Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, **равны** и составляют **равные углы** с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности:

$$AB = AC, \quad \angle 1 = \angle 2.$$



Градусная мера **вписанного угла** (вершина лежит на окружности) измеряется **половиной** дуги, на которую он опирается: $\angle 1 = \frac{1}{2} \cup AB$.

Градусная мера **центрального угла** (вершина в центре окружности) равна градусной мере соответствующей дуги окружности: $\angle 2 = \cup AB$.

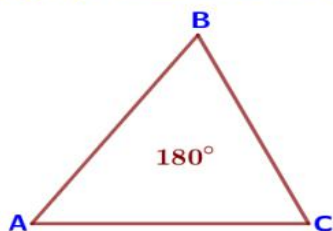


Вписанные **углы**, опирающиеся на одну и ту же дугу, **равны**: $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.



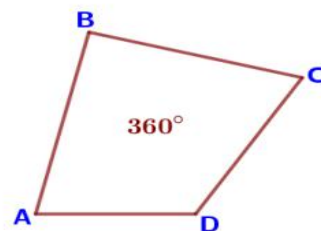
Вписанный угол, опирающийся на полуокружность – **прямой** (90°).

Треугольник и четырехугольник

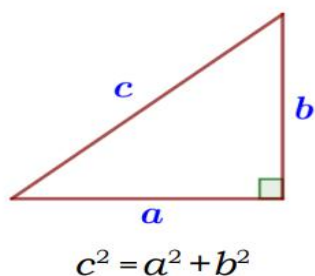


Сумма углов треугольника равна **180°** .

Сумма углов выпуклого четырехугольника равна **360°** .



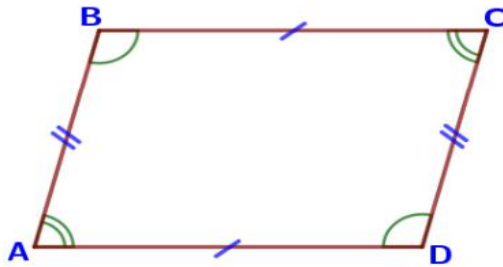
Прямоугольный треугольник



Теорема Пифагора:

В прямоугольном треугольнике **квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов**.

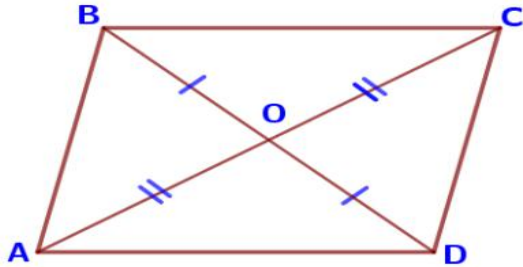
Параллелограмм



В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.

$$AB=CD, \quad BC=AD$$

$$\angle A = \angle C, \quad \angle B = \angle D$$



Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

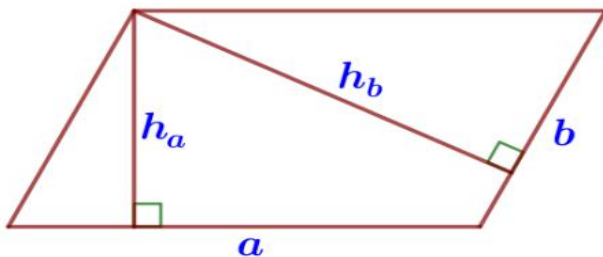
$$AO=OC, \quad BO=OD$$



Сумма углов, прилежающих к одной стороне параллелограмма, равна 180° .

Примеры:

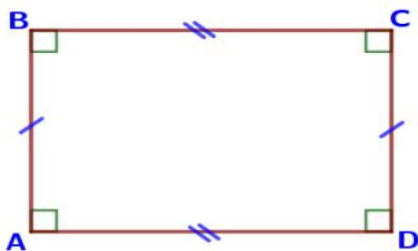
$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \quad \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$



Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.

$$S = ah_a = bh_b$$

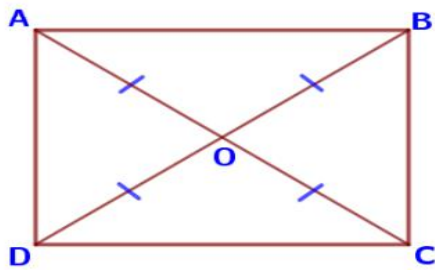
Прямоугольник и квадрат



Все углы прямоугольника – прямые, а противоположные стороны – равны.

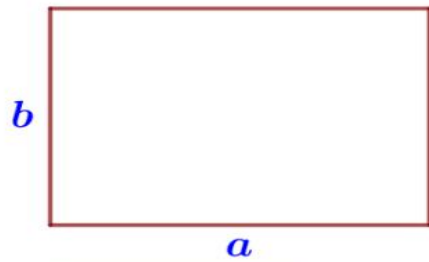
$$\angle A = \angle C = \angle B = \angle D = 90^\circ$$

$$AB=CD, \quad BC=AD$$



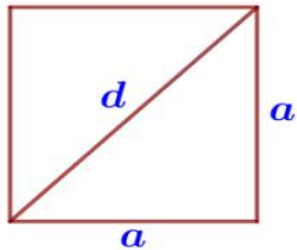
Диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам.

$$AO = BO = CO = DO$$



Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон.

$$S = ab$$



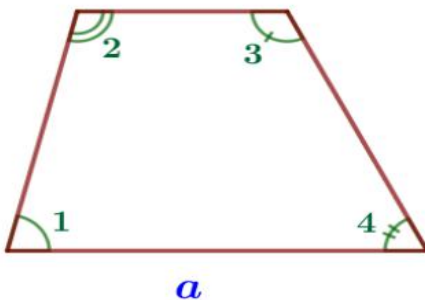
Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

$$S = a^2.$$

Периметр квадрата: $P = 4a$.

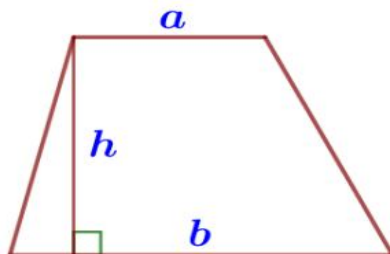
По теореме Пифагора: $d^2 = 2a^2$.

Трапеция



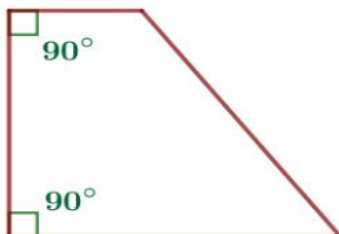
Сумма углов, прилежающих к боковой стороне трапеции, равна 180° .

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$

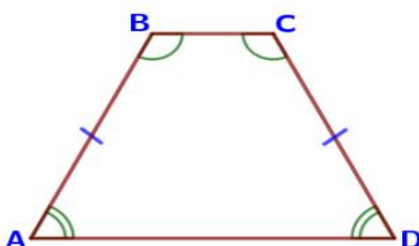


Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту.

$$S = \frac{1}{2}(a + b)h$$



У прямоугольной трапеции один из углов прямой.

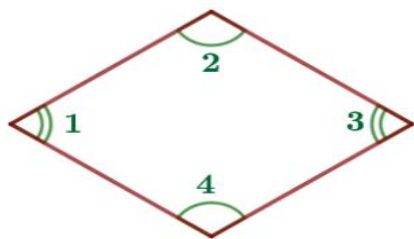


Трапеция называется равнобедренной, если её боковые стороны равны.

$$AB = CD$$

В равнобедренной трапеции углы при каждом основании равны.

Ромб



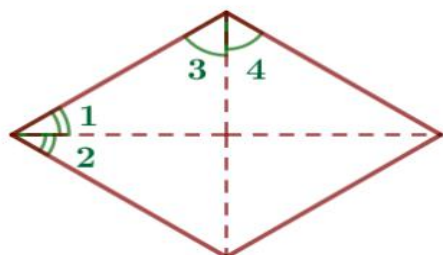
В ромбе все стороны равны и противоположные углы равны.

$$\angle 1 = \angle 3, \quad \angle 2 = \angle 4$$

Сумма углов, прилежащих к одной стороне ромба, равна 180° .

Примеры:

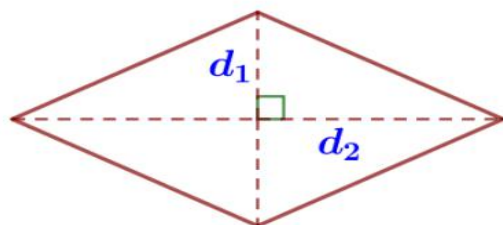
$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \quad \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$



Диагонали ромба делят его углы пополам.

$$\angle 1 = \angle 2, \quad \angle 3 = \angle 4$$

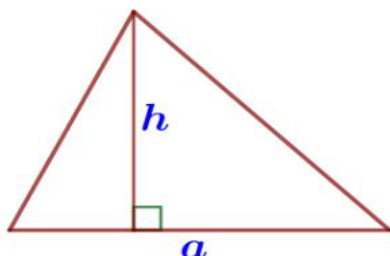
Периметр ромба: $P = 4a$.



Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

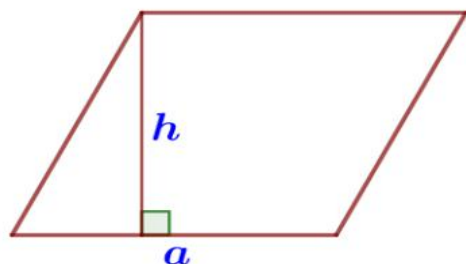
Диагонали ромба взаимно перпендикулярны: $d_1 \perp d_2$.



Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту:

$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

Параллелограмм



Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту:

$$S = a h_a$$

